

# **ELECTRÓNICA DIGITAL**

## **Tema 10**

### **Operaciones y circuitos aritméticos**

**Enrique Mandado Pérez**

## **CONCEPTOS GENERALES**

**En la mayoría de los sistemas digitales, desde el circuito de control más sencillo hasta el computador o el sistema de comunicaciones más complejo, se realizan operaciones aritméticas.**

**En este tema se describen los circuitos aritméticos básicos. El desarrollo de la Microelectrónica ha propiciado el desarrollo de numerosos circuitos aritméticos de mayor complejidad que tardan menos tiempo en ejecutar las diferentes operaciones. Un estudio de los mismos se sale fuera de los límites de este tema y se remite al lector a la bibliografía.**

**[ERCE 04] M. D. Ercegovic, T. Lang. *Digital arithmetic*. Morgan Kaufmann.2004**

**[FLYN 01] M. Flynn. S. F. Oberman. *Advanced computer arithmetic design*.**

**John Wiley & Sons Inc. 2001**

**[PARH 00] B. Parhami. *Computer arithmetic. Algorithms and hardware designs*.**

**Oxford University Press. 2000**

# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## SUMA ARITMÉTICA EN BINARIO NATURAL (*BINARY ADDITION*)

<i>Sumandos</i>		<i>Suma binaria</i>	<i>Acarreo</i>
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Tabla de verdad de la suma aritmética en el sistema de numeración binario

# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

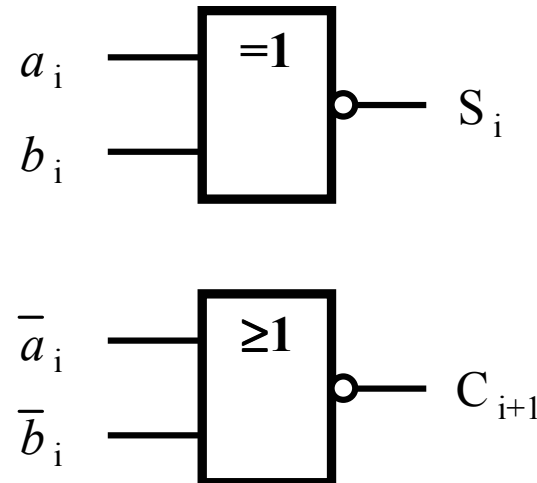
## SUMA ARITMÉTICA EN BINARIO NATURAL

$b_0$	$a_0$	$S$	$C$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$S_i = a_i \bar{b}_i + \bar{a}_i b_i = \overline{a_i b_i + \bar{a}_i \bar{b}_i} = a_i \oplus b_i$$

$$C_{i+1} = a_i b_i = \overline{\overline{a_i b_i}} = \overline{\bar{a}_i + \bar{b}_i}$$

**Circuito semisumador**  
(*Half adder*)



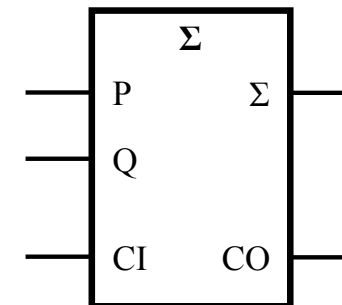
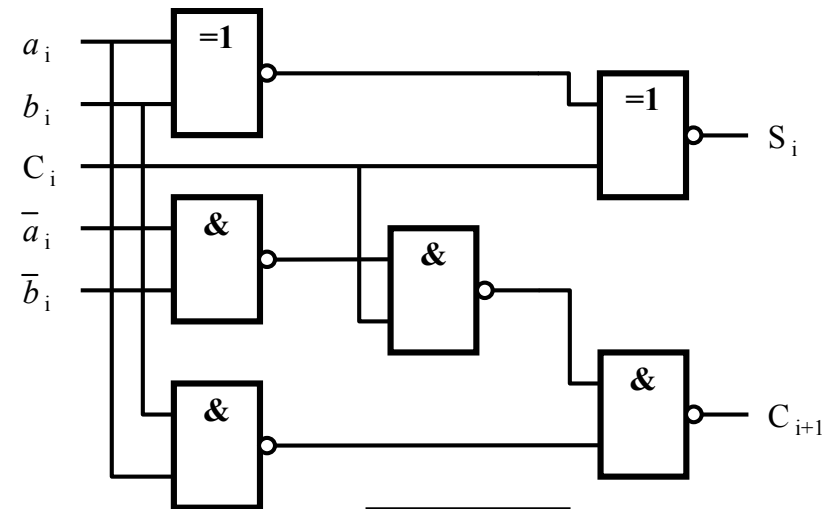
# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## SUMADOR TOTAL (FULL ADDER)

$C_i$	$b_i$	$a_i$	$S$	$C_{i+1}$
0	0	0	0	X
0	0	1	1	X
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S_i = a_i \bar{b}_i \bar{C}_i + \bar{a}_i b_i \bar{C}_i + \bar{a}_i \bar{b}_i C_i + a_i b_i C_i$$

$$C_{i+1} = a_i b_i \bar{C}_i + a_i \bar{b}_i C_i + \bar{a}_i b_i C_i + a_i b_i C_i$$



Símbolo lógico

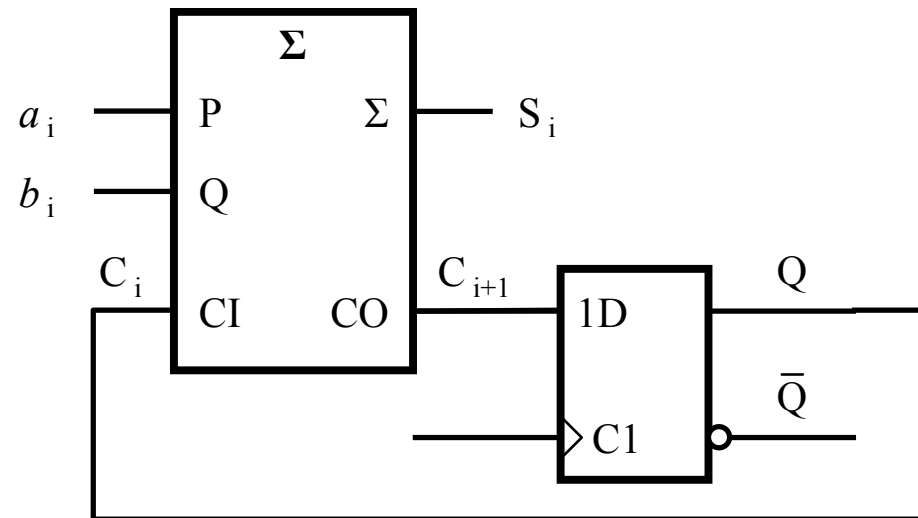
# **OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO**

## **SUMA DE NÚMEROS DE VARIOS BITS**

- **En serie (*Serial binary adder*), utilizando un único sumador total.**
- **En paralelo (*Parallel binary adder*), utilizando tantos sumadores totales como bits se tienen que sumar.**

# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## SUMADOR EN SERIE DE VARIOS BITS



**El avance de la Microelectrónica ha hecho que ya no se utilice**

# **OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO**

## **SUMADOR EN PARALELO DE VARIOS BITS**

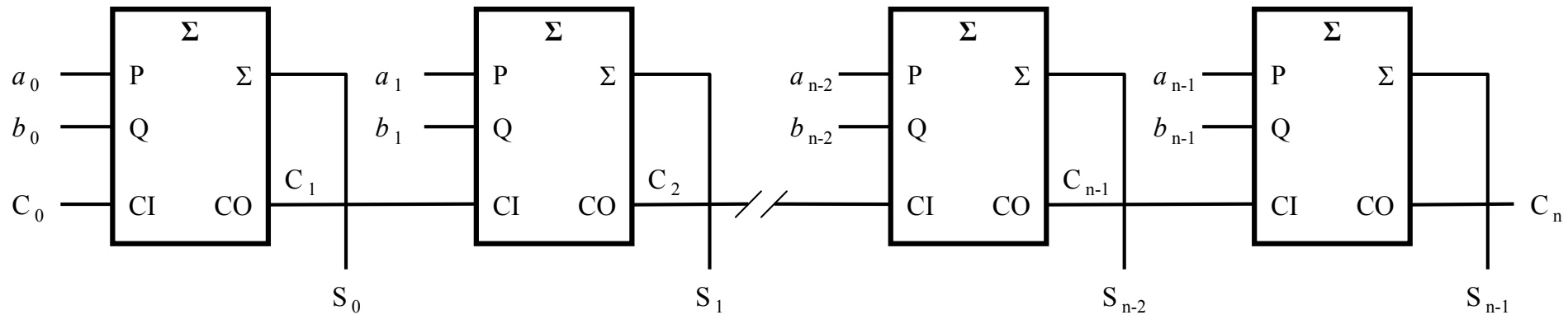
- **Sumador con generación del acarreo en serie**  
*(Ripple adder)*
- **Sumador con generación del acarreo en paralelo**  
*(Carry lookahead adder)*



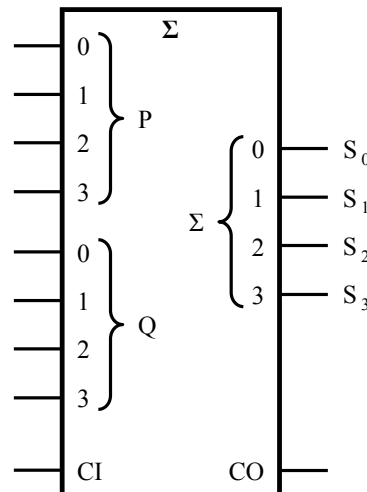
# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## SUMADOR EN PARALELO DE VARIOS BITS

### Sumador con generación del acarreo en serie



**SÍMBOLO LÓGICO NORMALIZADO**



### Ventaja

Fácil ampliación: Modularidad

### Desventaja

Lentitud: El tiempo que tarda en sumar depende del número de bits

## OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

### SUMADOR EN PARALELO DE VARIOS BITS

#### Sumador con generación del acarreo en paralelo

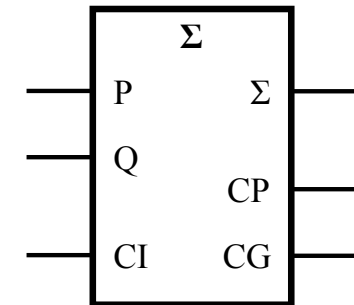
(*Carry lookahead adder*)

$$C_{i+1} = a_i b_i + (a_i + b_i) C_i$$

$$C_{i+1} = G_i + P_i C_i$$

**G: Carry generator (CG)**

**P: Carry propagator (CP)**



**Ecuación del acarreo en paralelo de las  $n$  etapas de un sumador de  $n$  bits.**

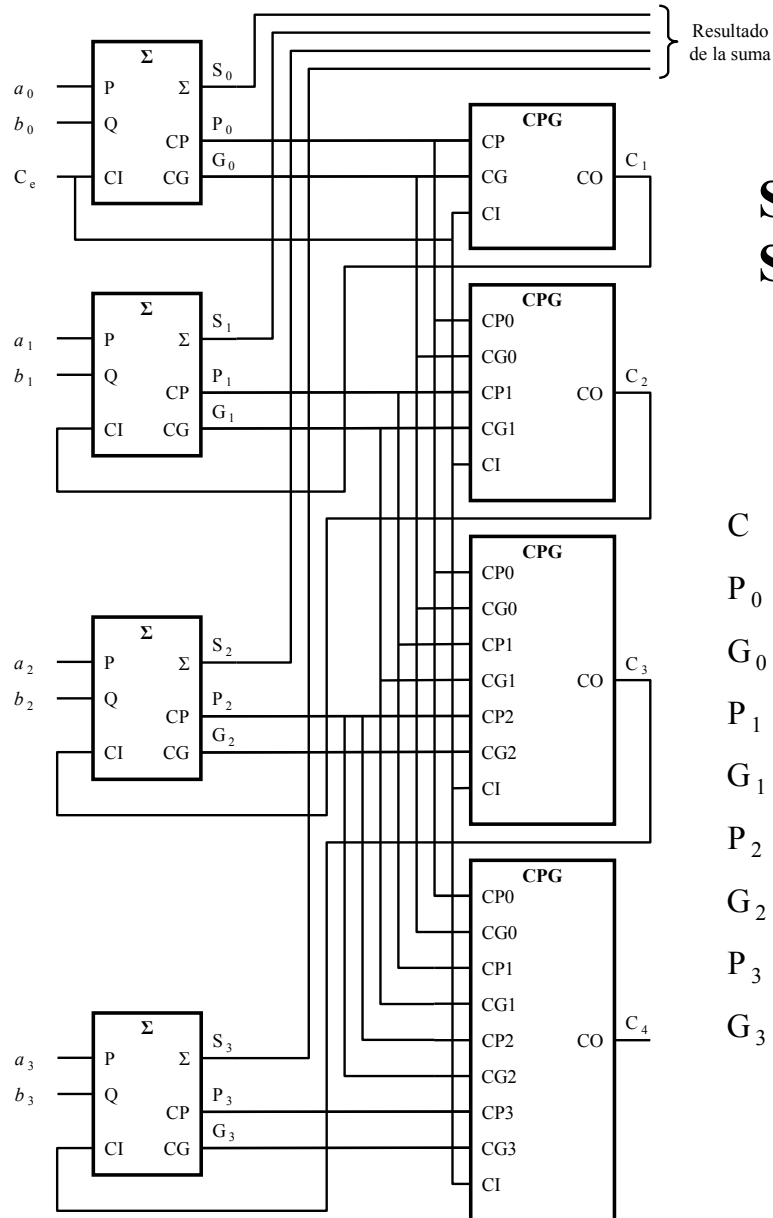
**Si se denomina  $C_e$  al acarreo que se aplica a la primera etapa, resulta:**

$$C_1 = G_0 + P_0 C_e$$

**En la segunda etapa:**

$$C_2 = G_1 + P_1 C_1 = G_1 + P_1 G_0 + P_1 P_0 C_e$$

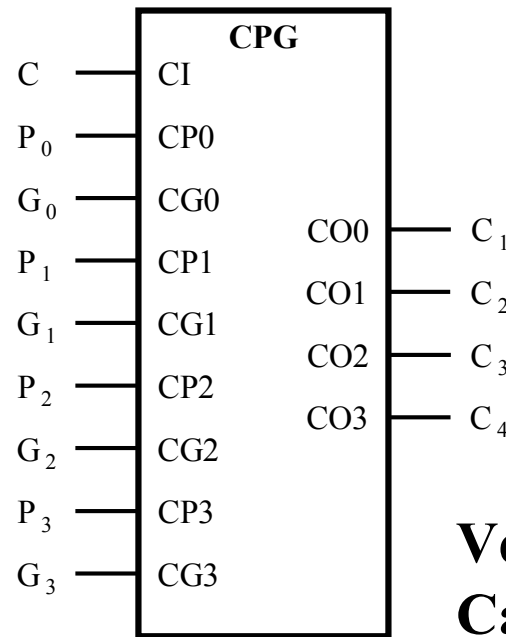
$$C_n = G_{n-1} + P_{n-1} G_{n-2} + P_{n-1} P_{n-2} G_{n-3} + \dots + P_{n-1} P_{n-2} \dots P_1 G_0 + P_{n-1} P_{n-2} \dots P_1 P_0 C_e$$



# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## SUMADOR EN PARALELO DE VARIOS BITS Sumador con generación del acarreo en paralelo

**CPG: *Carry Propagator Generator***



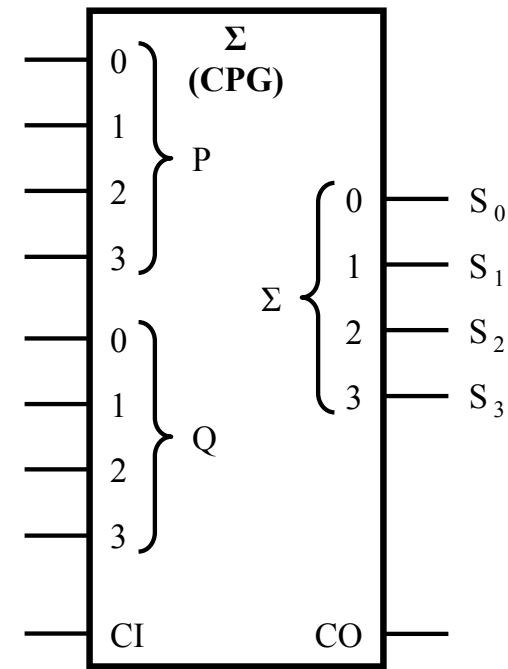
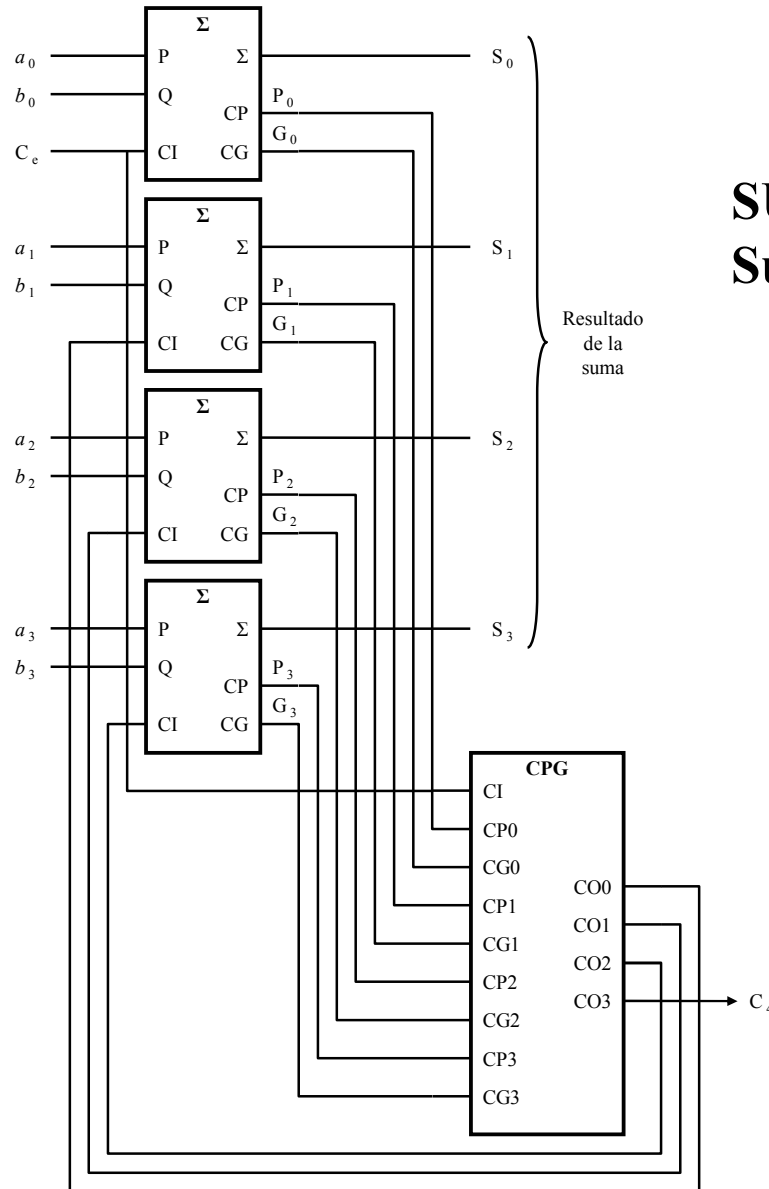
**Símbolo lógico**

**Ventaja:** Rapidez

**Característica:** No es modular

# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## SUMADOR EN PARALELO DE VARIOS BITS Sumador con generación del acarreo en paralelo



Símbolo lógico

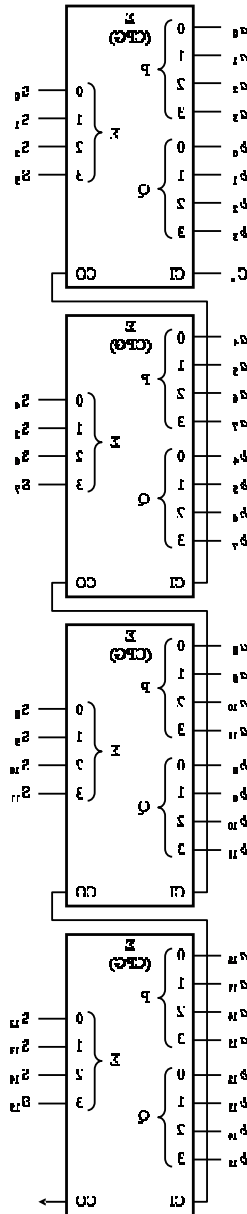
# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## SUMADOR EN PARALELO DE VARIOS BITS Sumador con generación del acarreo en paralelo

### SOLUCIONES INTERMEDIAS

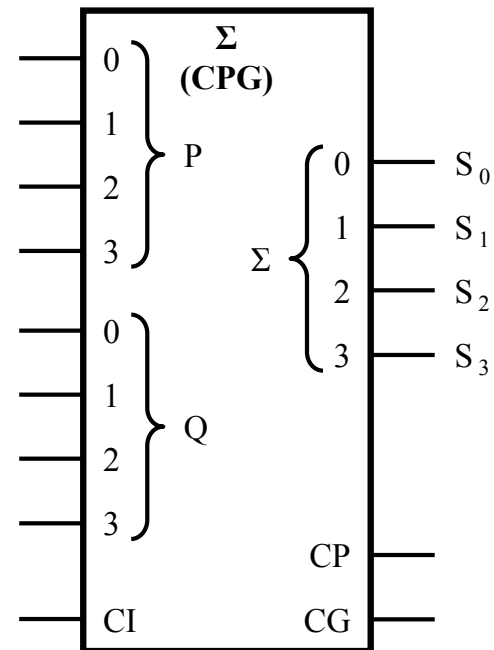
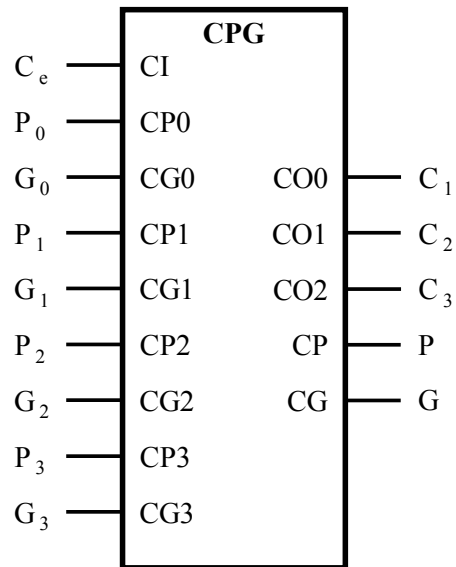
Solución lenta

Bloques funcionales con generación del acarreo en paralelo conectados con propagación del acarreo en serie



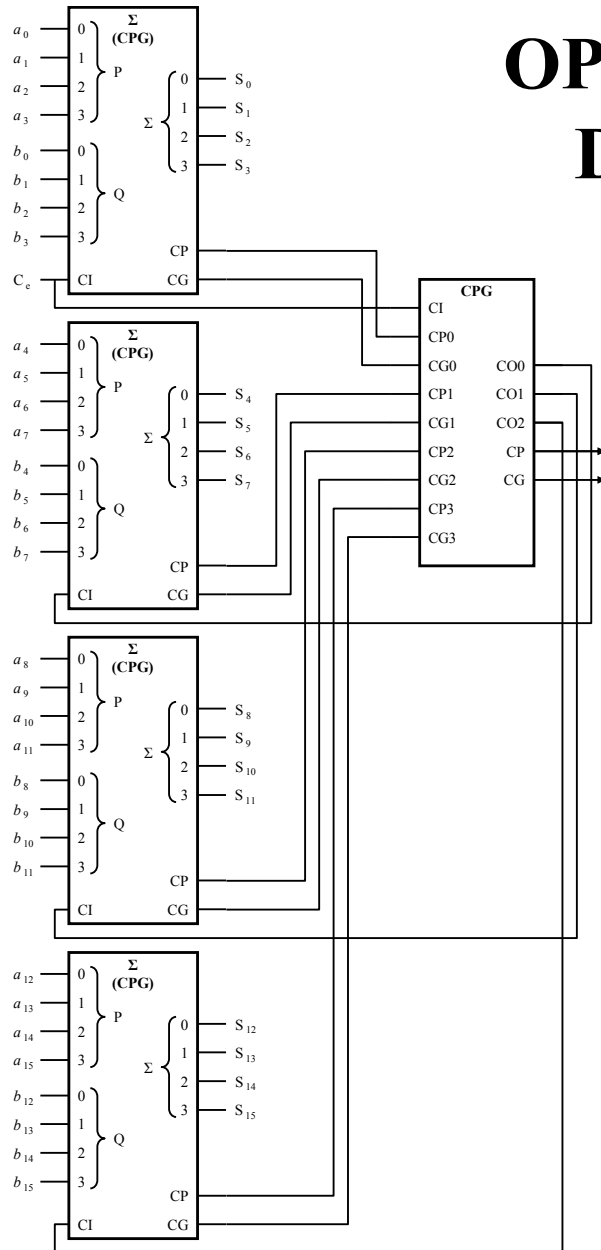
# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## SUMADOR EN PARALELO DE VARIOS BITS Sumador con generación del acarreo en paralelo



**Símbolo lógico de un sumador de cuatro bits  
con generación del acarreo en paralelo**

# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO



**SUMADOR EN PARALELO DE VARIOS BITS**  
**Sumador con generación del acarreo en paralelo**

**Sumador de dieciséis bits  
realizado con el sumador  
y el circuito generador de acarreo  
de la página anterior.**

# **OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO**

## **RESTA BINARIA**

**Representación de los números negativos:**

- Valor absoluto y signo**
- Complemento a dos**
- Complemento a uno**
- Binario desplazado**



# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## COMPLEMENTO A DOS

**Ejemplo**

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ -\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline \end{array}$$

BS

$$-19 \equiv 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1$$

**Se comprueba que se obtiene el mismo resultado invirtiendo el número binario equivalente a 19 y sumándole la unidad.**

## COMPLEMENTO A UNO

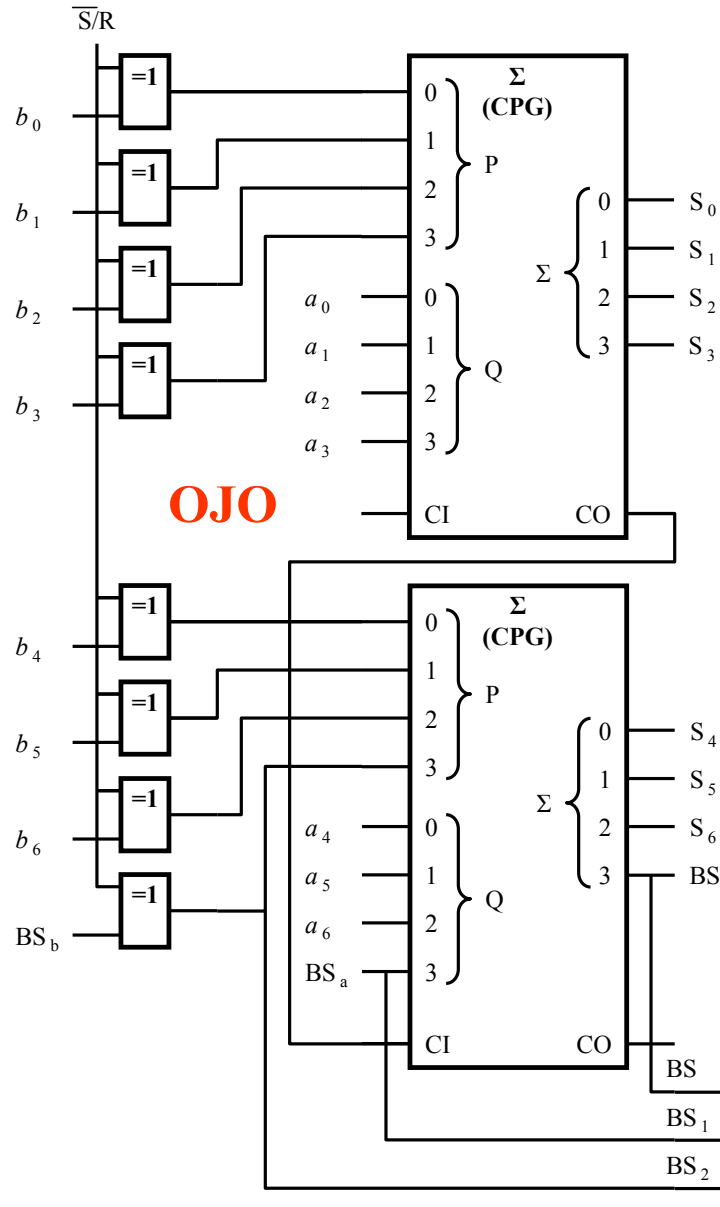
$$-19_{10} \equiv \begin{array}{r} \text{BS} \\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0 \end{array}$$

# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## BINARIO DESPLAZADO (*BINARY OFFSET*)

Exponente decimal	Codificación en binario desplazado				Binario natural en complemento a dos			
-8	0	0	0	0	1	0	0	0
-7	0	0	0	1	1	0	0	1
-6	0	0	1	0	1	0	1	0
-5	0	0	1	1	1	0	1	1
-4	0	1	0	0	1	1	0	0
-3	0	1	0	1	1	1	0	1
-2	0	1	1	0	1	1	1	0
-1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	1
2	1	0	1	0	0	0	1	0
3	1	0	1	1	0	0	1	1
4	1	1	0	0	0	1	0	0
5	1	1	0	1	0	1	0	1
6	1	1	1	0	0	1	1	0
7	1	1	1	1	0	1	1	1

# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO



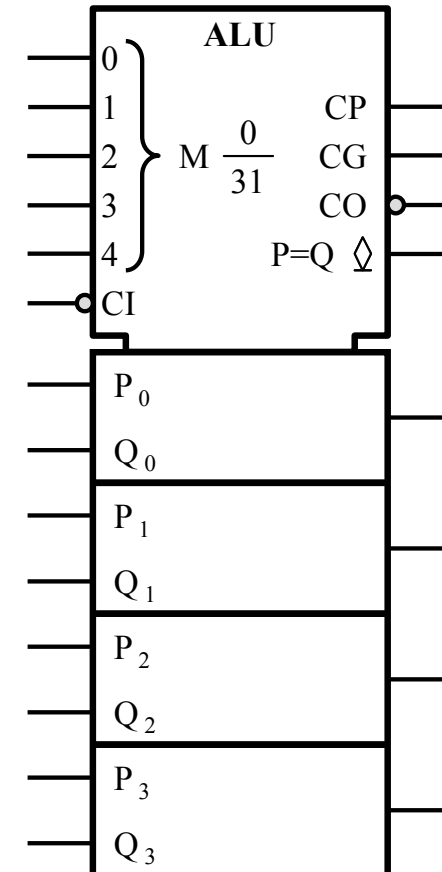
**Circuito sumador-restador de números de siete bits y signo representados en el convenio del complemento a dos.**

$$R = BS_1 BS_2 \overline{BS} + \overline{BS_1} \overline{BS_2} BS$$

# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

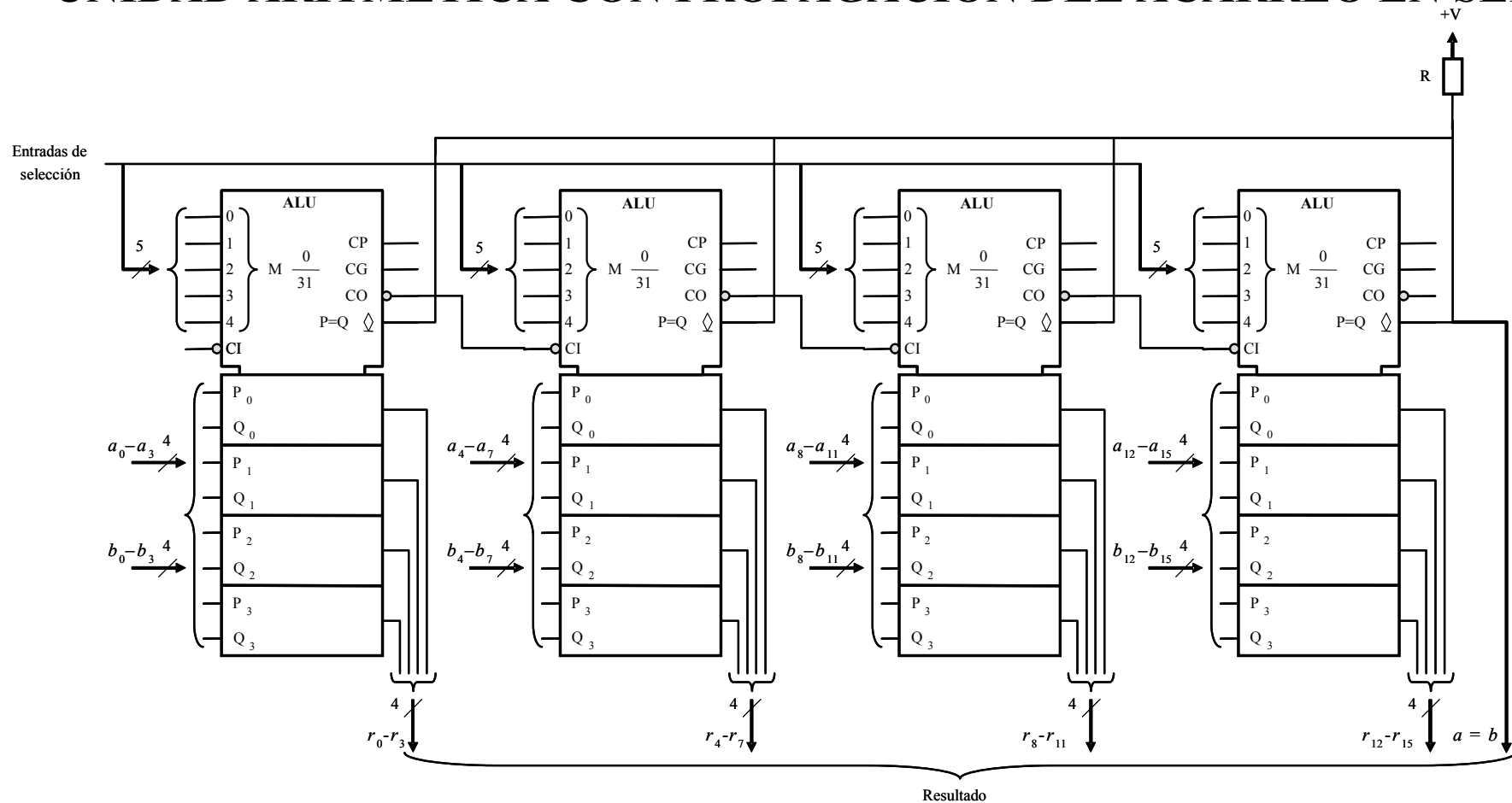
## UNIDAD ARITMÉTICA Y LÓGICA

<i>Operaciones aritméticas</i>	<i>Operaciones lógicas</i>
$R = A$	$R = \overline{A}$
$R = A + B$	$R = \overline{A + B}$
$R = \overline{AB}$	$R = \overline{AB}$
$R = -1$	$R = 0$
$R = A \text{ MAS } \overline{AB}$	$R = \overline{AB}$
$R = (A + B) \text{ MAS } \overline{AB}$	$R = \overline{B}$
$R = A \text{ MENOS } B \text{ MENOS } 1$	$R = A \oplus B$
$R = \overline{AB} \text{ MENOS } 1$	$R = \overline{AB}$
$R = A \text{ MAS } AB$	$R = \overline{A} + B$
$R = A \text{ MAS } B$	$R = A \oplus B$
$R = (A + \overline{B}) \text{ MAS } AB$	$R = B$
$R = AB \text{ MENOS } 1$	$R = AB$
$R = A \text{ MAS } A \text{ desplaz.}$	$R = 1$
$R = (A + B) \text{ MAS } A$	$R = A + \overline{B}$
$R = (A + \overline{B}) \text{ MAS } A$	$R = A + B$
$R = A \text{ MENOS } 1$	$R = A$



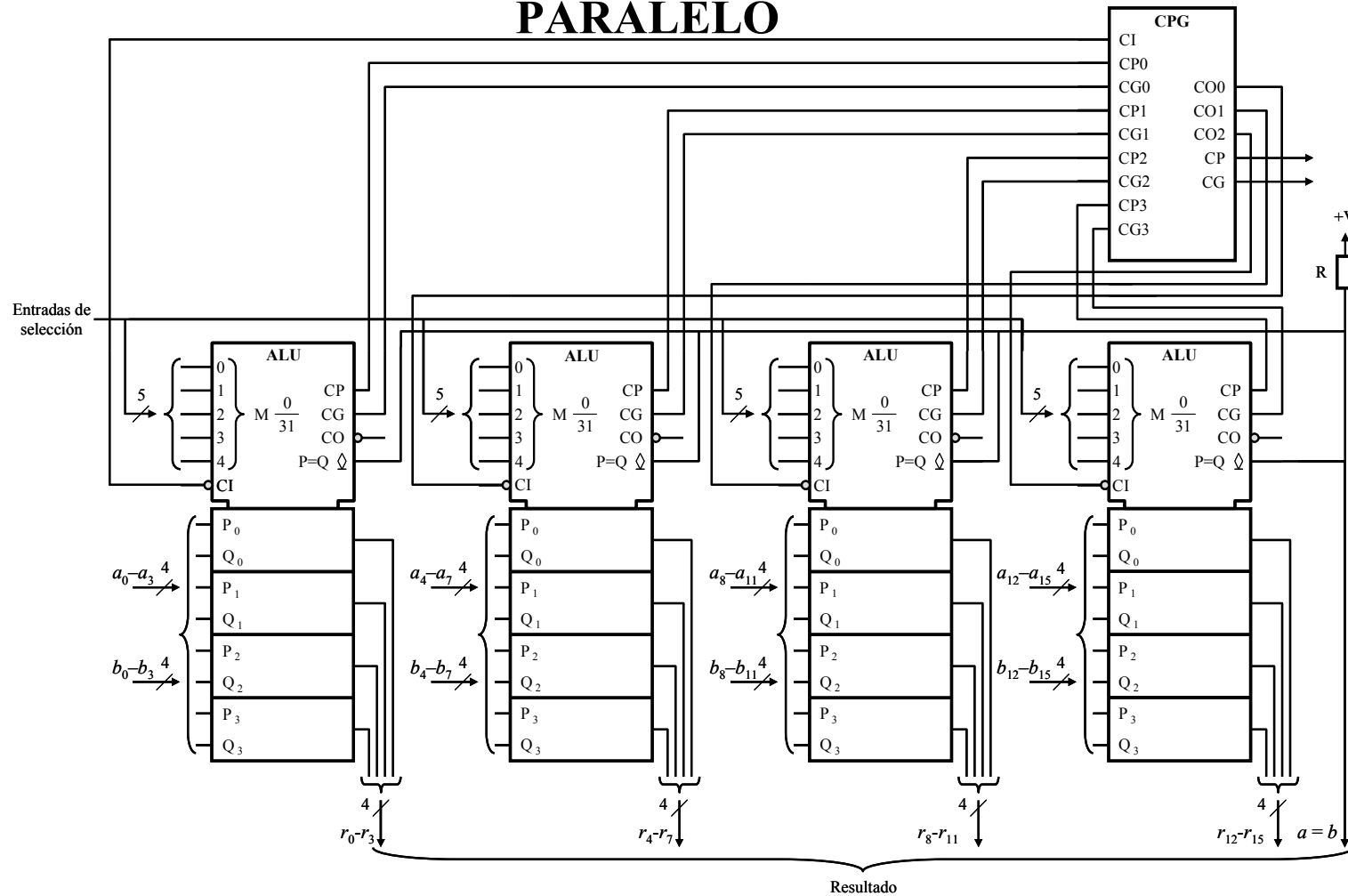
# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## UNIDAD ARITMÉTICA CON PROPAGACIÓN DEL ACARREO EN SERIE



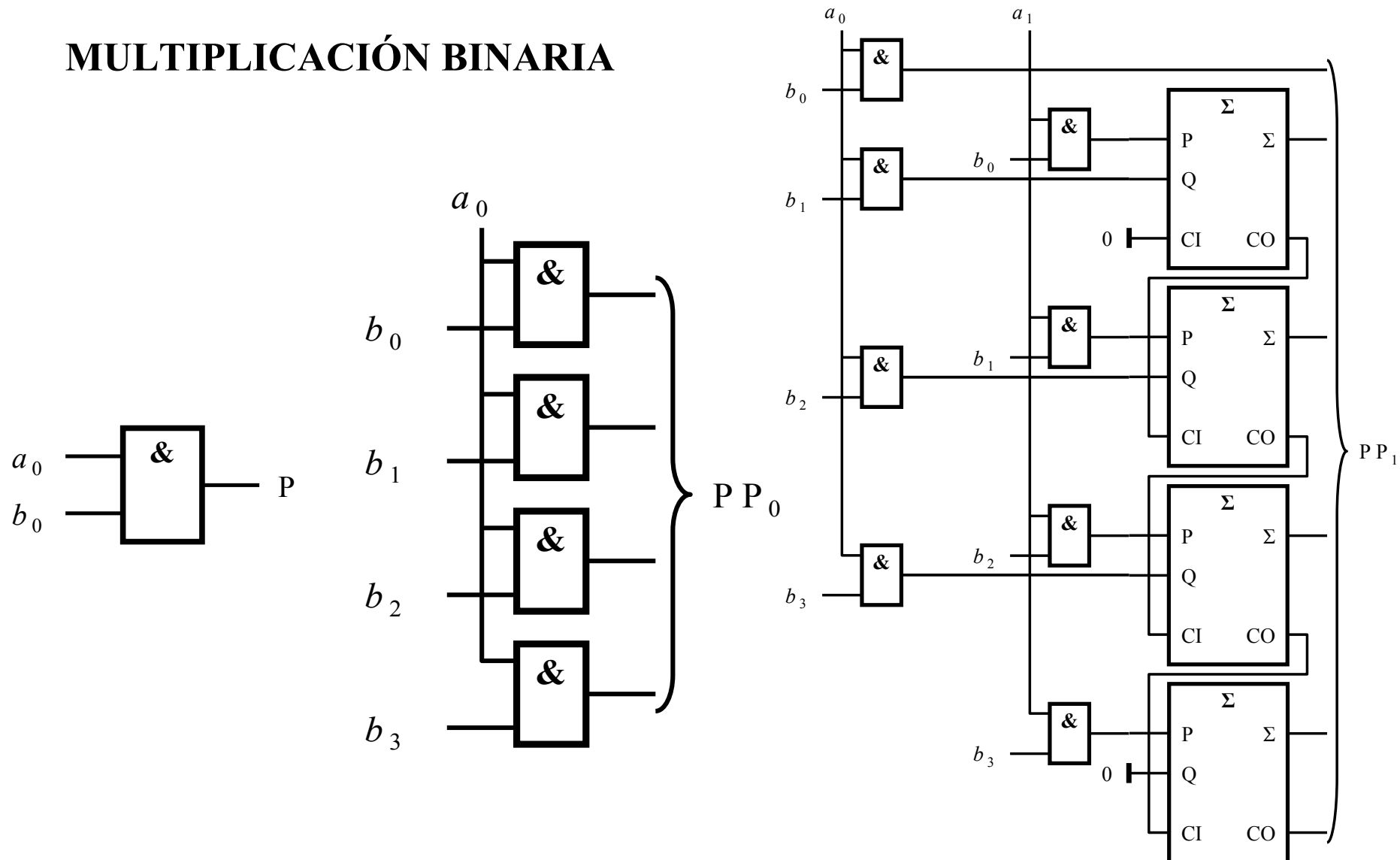
# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## UNIDAD ARITMÉTICA CON PROPAGACIÓN DEL ACARREO EN PARALELO

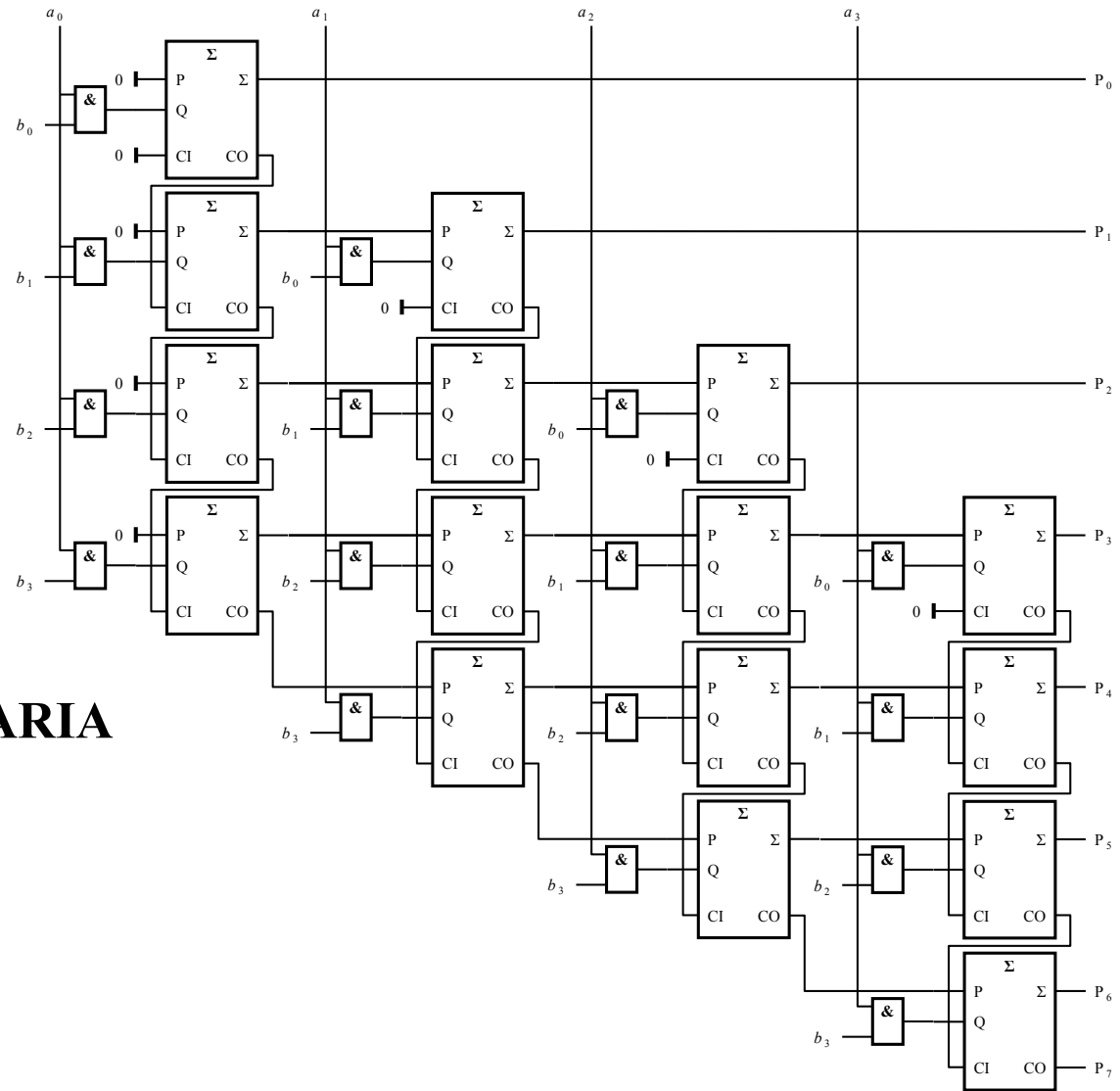


# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

## MULTIPLICACIÓN BINARIA



# OPERACIONES EN EL SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO



## MULTIPLICACIÓN BINARIA



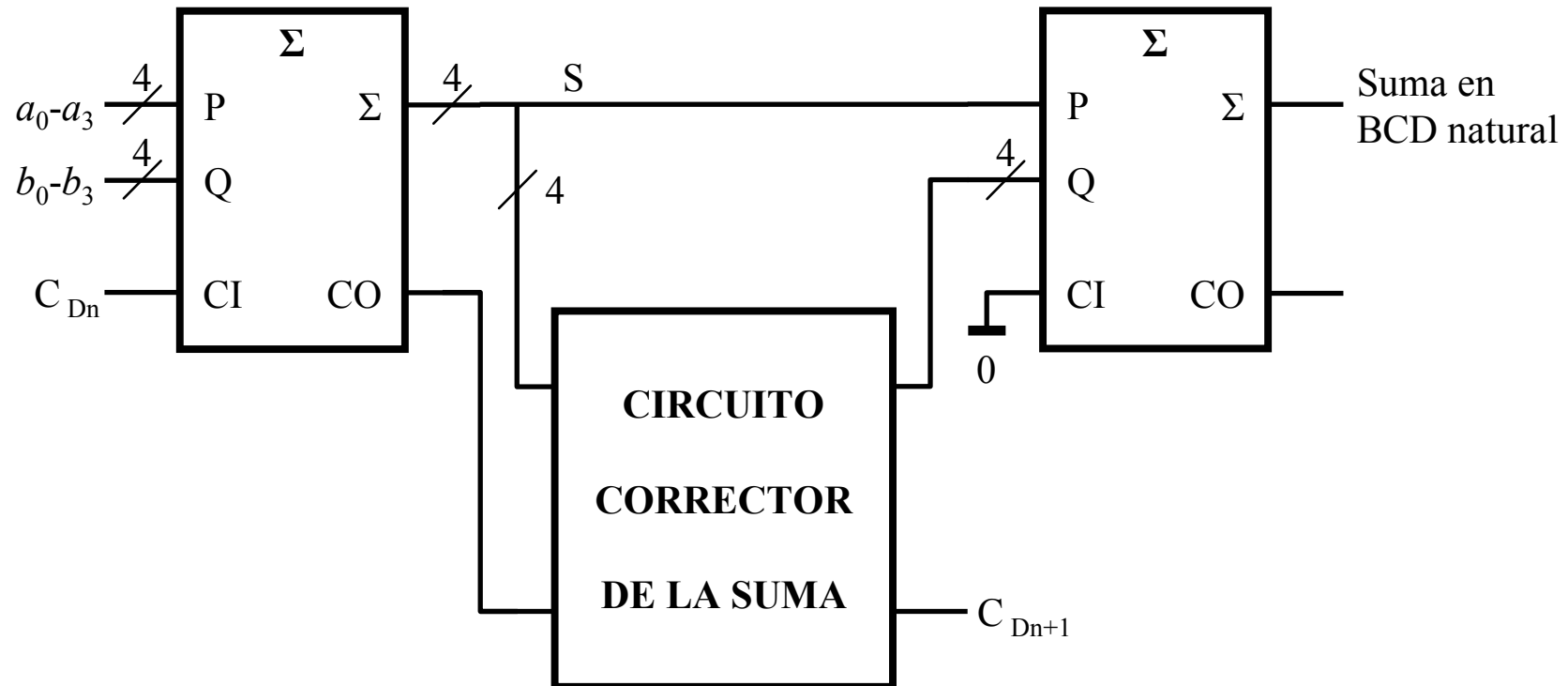
## SUMA EN BCD NATURAL

$$a = 24_{10} \equiv (0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0)_{\text{BCD natural}}$$

$$b = 17_{10} \equiv (0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1)_{\text{BCD natural}}$$

	1		
24	0 0 1 0		0 1 0 0
+ 17	+ 0 0 0 1		0 1 1 1
41	0 1 0 0		1 0 1 1
	+		0 1 1 0 Corrección
	0 1 0 0		1 0 0 0 1

## SUMA EN BCD NATURAL



# ALGORITMO DE LA SUMA EN BCD NATURAL

